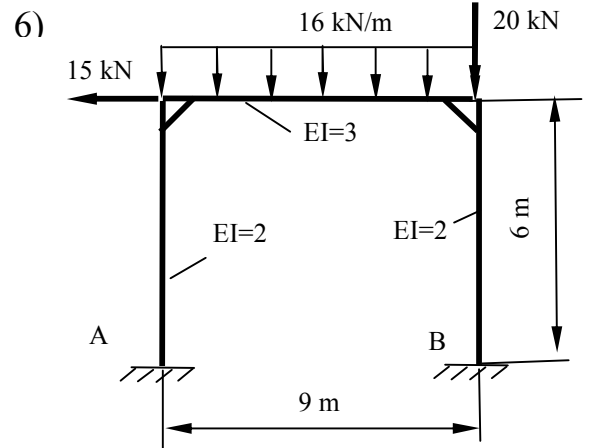
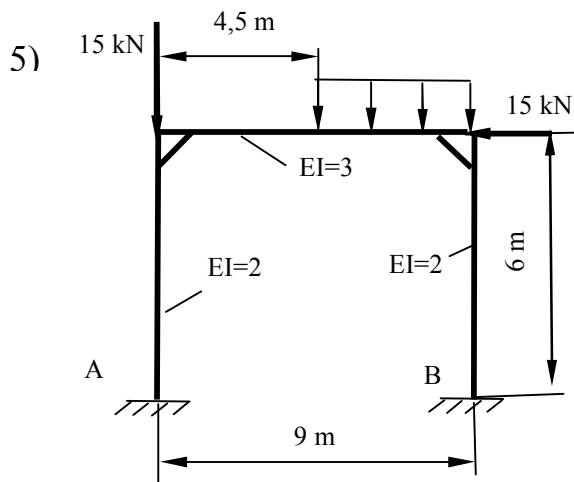
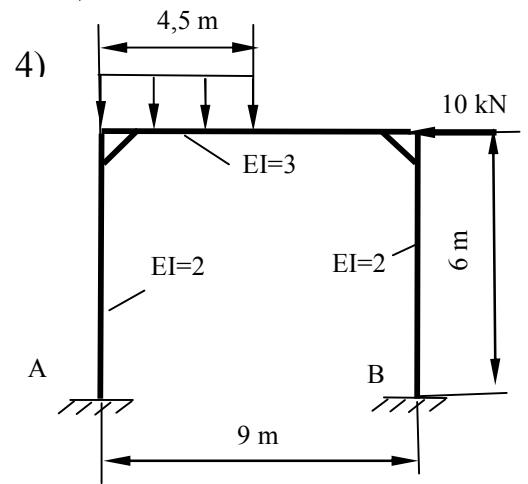
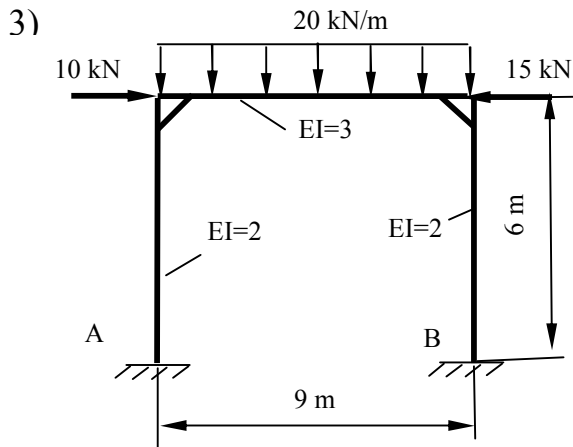
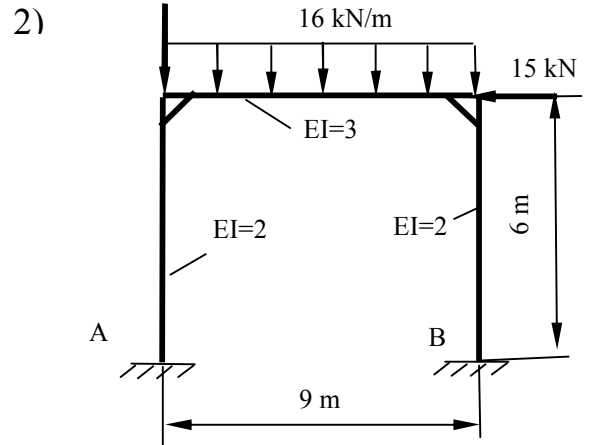
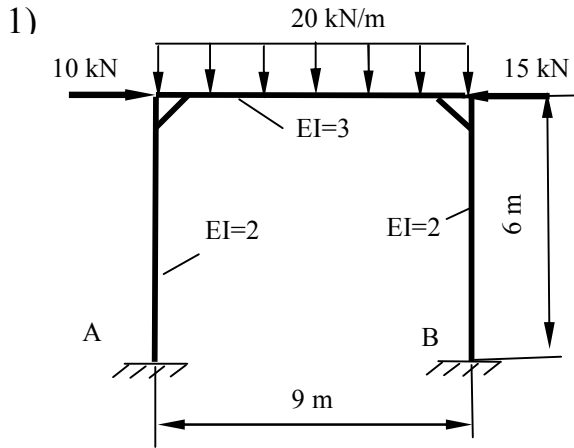
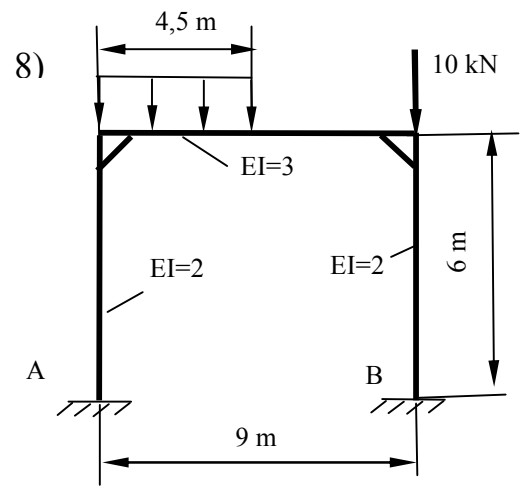
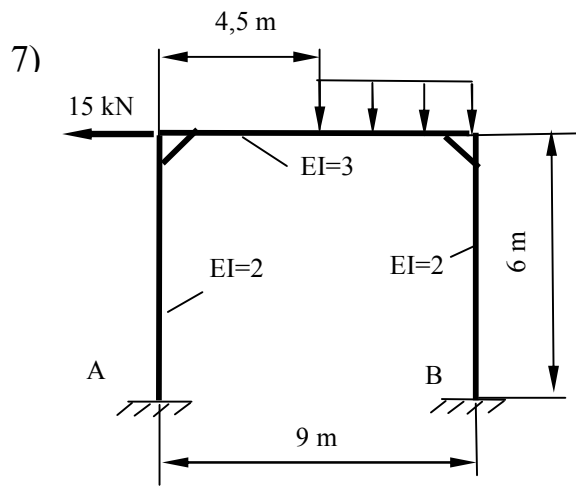


KODUTÖÖ 4
STAATIKAGA MÄÄRAMATU RAAM

1. Määrata joonisel 4. kujutatud raami süsteemi staatikaga määratavust.
2. Arvutada raami sisejõud.

<i>Nr</i>	Eesnimi	Nimi
1	Artjom	Amintšikov
2	Ljubov	Anissimova
3	Aleksandr	Babilo
4	Viktoriya	Koltsova
5	Gennadi	Izmestjev
6	Sergei	Kazakov
7	Maxim	Koltsov
8	Eduard	Kriina
9	Ivan	Kuzmin
10	Enno	Kõuts
11	Andrei	Mihhaltšuk
12	Merilin	Mutli õkv Tartu kolledžist
13	Mikalai	Nazarchuk
14	Tatjana	Bragina
15	Anastassia	Prokofjeva
16	Anton	Roor
17	Tatjana	Skļjarova
18	Anna	Smirnova
19	Gleb	Sokolov
20	Anna	Soltruk *
21	Aleksei	Voljanjuk
22	Maxim	Voskresenskiy
23	Nikita	Pisnja
24	Aleksander	Bazutin
25	Viktorija	Bagrova
26	Darja	Khaustova
27	Vladislav	Possaškov
28	Tatjana	Romanenko
29	Valeri	Gorbatšjov
30		
31		
32		
33		
34		
35		
36		





Joonis 4.

Liige Δ_{1p} on sama punkti siire samas sihis koormuse mõjul.

Siirdeid, mille tähises on kaks **ühesugust indeksit** (näiteks δ_{11}, δ_{22} jne) nimetatakse **peasiireteks**,

selliseid nagu δ_{12}, δ_{13} **jne - kõrvalsiireteks**.

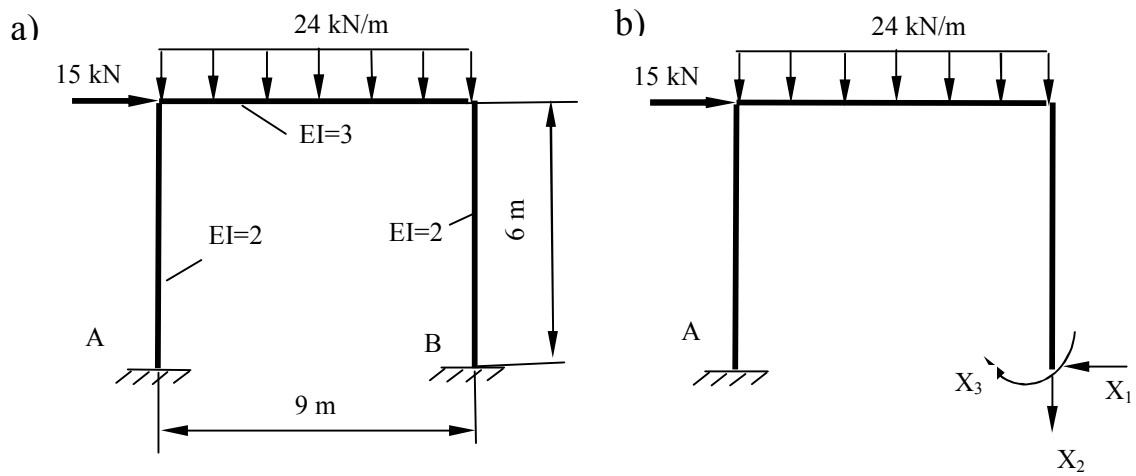
*Peasiirded **on alati positiivsed***, kuna nende arvutamisel Mohri integraali abil võetakse sisejõud ruutu ja nad *pole kunagi võrdse nulliga*.

*Kõrvalsiirded võivad **olla positiivsed, negatiivsed või võrduda nulliga***.

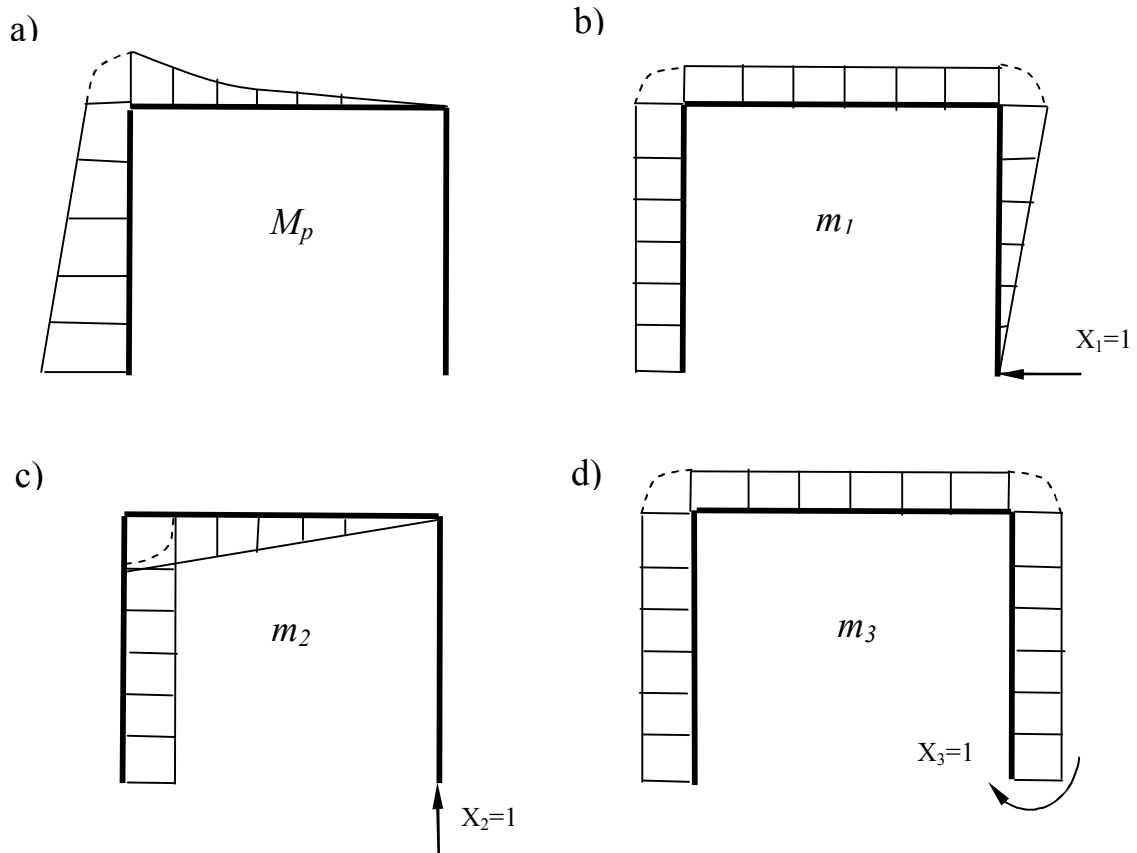
Tuletame meelde, et Maxwelli' siirete vastastikkuse teoreemi põhjal on $\delta_{12} = \delta_{21}$, $\delta_{13} = \delta_{31}$, ehk üldiselt $\delta_{jk} = \delta_{kj}$, mistõttu kõrvalsiirete arv väheneb kaks korda.

Näide

Arvutada joonisel kujutatud 4.1,a ühesildelise raami sisejõud.



Joonis 4.1.



Joonis 4.2.

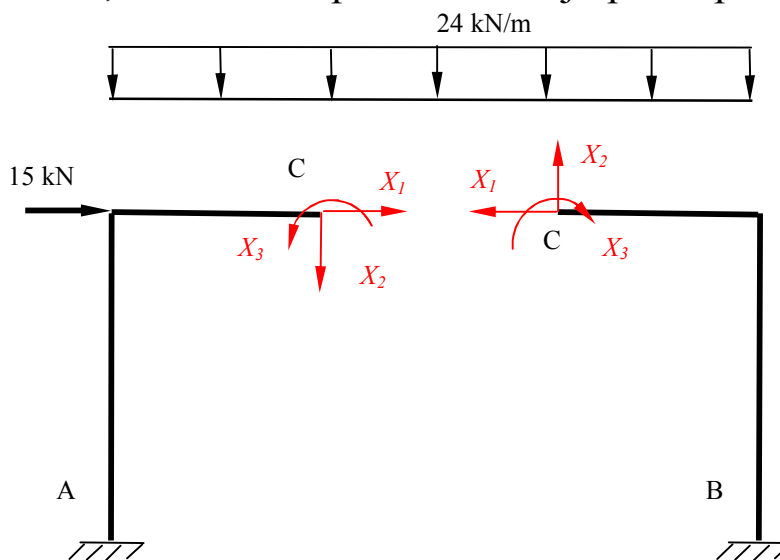
Lahendus

See raam on kolmekordselt staatikaga määramata, sest

$$n = 2I + T - 3V = 0 + 6 - 3 - 1 = 3.$$

Põhiskeemi valikul võib eemaldada ühe tugedest, näiteks parempoolse (joon. 4.2,b) ning rakendada kolm lisatundmatut X_1 , X_2 ja X_3 . Kerge on veenduda, et selline põhiskeem **ei ole otstarbekas**. Tõepoolest, kõik ühikepüürid (joon.4.3 b, c ja d) on sellised, et nende korrutistes ei esine nulli, s.t. ükski kõrvalsiiretest ei muutu nulliks.

Kasutame raami sümmeetriat ja võtame tema arvutamiseks sümmeetrilise staatikaga määratava skeemi. Selleks on vaja riiv keskelt läbi lõigata ning lõikesse rakendada kolm lisatundmatut X_1 , X_2 ja X_3 –pikke- ja pöikjõud ning paindemomendi seejuures tuleb iga jõudu vaadelda **kahe jõuna**. Üks neist kujutab parempoolse osa mõju vasakpoolsele, teine- vasakpoolse osa mõju parempoolsele (joon. 4.3 a).



Joonis 4.3.

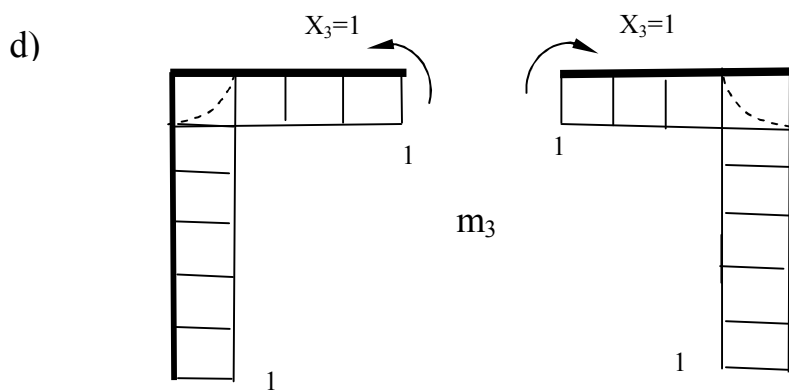
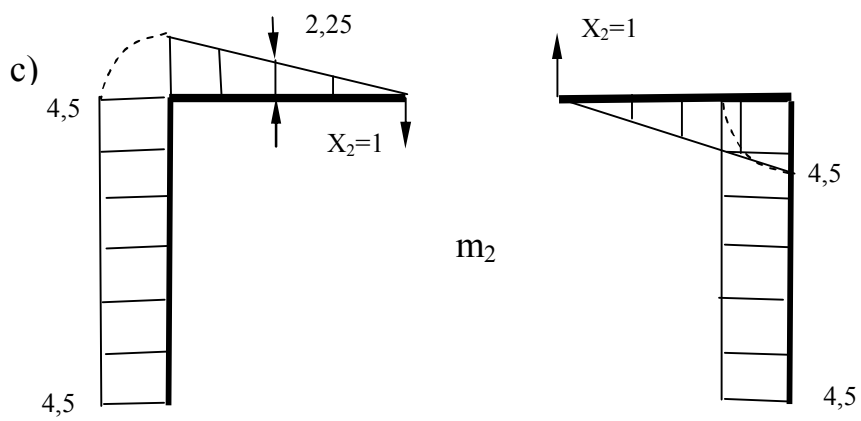
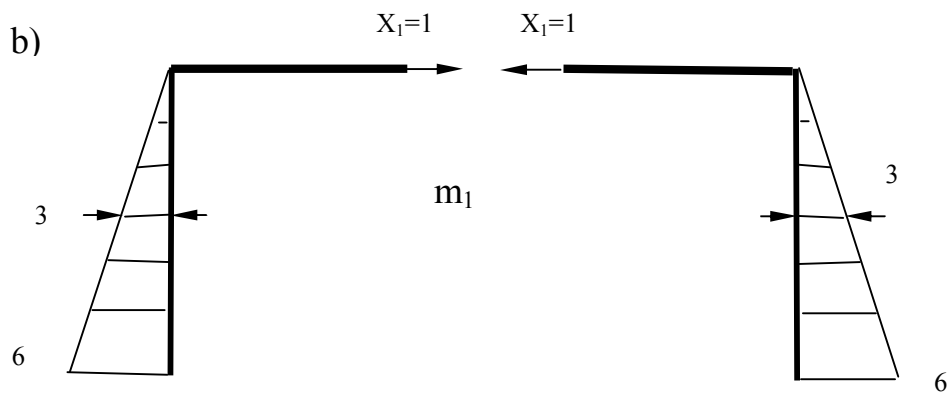
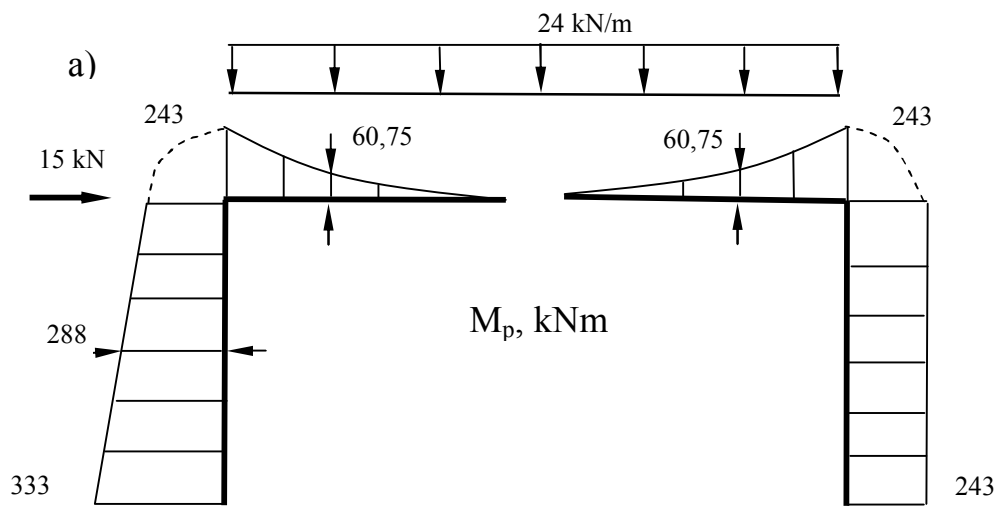
Kanoonilised võrrandid saavad kuju

$$\delta_{11}X_1 + \delta_{12}X_2 + \delta_{13}X_3 + \Delta_{1p} = 0,$$

$$\delta_{21}X_1 + \delta_{22}X_2 + \delta_{23}X_3 + \Delta_{2p} = 0,$$

$$\delta_{31}X_1 + \delta_{32}X_2 + \delta_{33}X_3 + \Delta_{3p} = 0.$$

Konstrueerime koormusest ja ühikjõust põhjustatud paindmomentide epüürid (joon. 4.4 a, b, c ja d).



Joonis 4.4.

Korrutades epüürid, saame siirded

$$\Delta_{1p} = \sum_0^l \int \frac{M_{pm_1}}{EI} dx = \frac{6}{6 \cdot 2} (333 \cdot 6 + 4 \cdot 288 \cdot 3 + 0) + 0 + \frac{6}{6 \cdot 2} (0 + 4 \cdot 243 \cdot 3 + 243 \cdot 6) = 4914,$$

$$\begin{aligned} \Delta_{2p} &= \sum_0^l \int \frac{M_{pm_2}}{EI} dx = \frac{6}{6 \cdot 2} (333 \cdot 4,5 + 4 \cdot 288 \cdot 4,5 + 243 \cdot 4,5) + \\ &+ \frac{4,5}{6 \cdot 3} (243 + 4,5 + 4 \cdot 60,75 \cdot 2,25 + 0) - \frac{4,5}{6 \cdot 3} (243 \cdot 4,5 + 4 \cdot 60,75 \cdot 2,25 + 0) \\ &- \frac{6}{6 \cdot 2} (243 \cdot 4,5 + 4 \cdot 243 \cdot 4,5 + 243 \cdot 4,5) = 6075, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \Delta_{3p} &= \sum_0^l \int \frac{M_{pm_3}}{EI} dx = -\frac{6}{6 \cdot 2} (333 \cdot 1 + 4 \cdot 288 \cdot 1 + 243 \cdot 1) - 2 \cdot \frac{4,5}{6 \cdot 3} (243 \cdot 1 + 4 \cdot 60,75 \cdot 1 + 0) - \\ &- \frac{6}{6 \cdot 2} (243 \cdot 1 + 4 \cdot 243 \cdot 1 + 243 \cdot 1) = -1836, \end{aligned}$$

$$\delta_{11} = \sum_0^l \int \frac{m_1 m_1}{EI} dx = 2 \cdot \frac{6}{6 \cdot 2} (6 \cdot 6 + 4 \cdot 3 \cdot 3 + 0) = 72,$$

$$\begin{aligned} \delta_{22} &= \sum_0^l \int \frac{m_2 m_2}{EI} dx = 2 \cdot \frac{6}{6 \cdot 2} (4,5 \cdot 4,5 + 4 \cdot 4,5 \cdot 4,5 + 4,5 \cdot 4,5) + \\ &+ 2 \cdot \frac{4,5}{6 \cdot 3} (4,5 \cdot 4,5 + 4 \cdot 2,25 \cdot 2,25 + 0) = 14175, \end{aligned}$$

$$\delta_{33} = \sum_0^l \int \frac{m_3 m_3}{EI} dx = 2 \cdot \frac{6}{6 \cdot 2} (1 \cdot 1 + 4 \cdot 1 \cdot 1 + 1 \cdot 1) + 2 \cdot \frac{4,5}{6 \cdot 3} (1 \cdot 1 + 4 \cdot 1 \cdot 1 + 1 \cdot 1) = 9,$$

$\delta_{12} = \delta_{21} = 0$ ja $\delta_{23} = \delta_{32} = 0$ sest sümmeetrilise m_1 ja m_3 ja antisümmeetrilise m_2 epüüri korrutis on null.

$$\delta_{13} = \delta_{31} = \sum_0^l \int \frac{m_1 m_3}{EI} dx = 2 \cdot \frac{6}{6 \cdot 2} (6 \cdot 1 + 4 \cdot 3 \cdot 1 + 0) = -18.$$

Asendame siirded võrrandites nende väärtustega

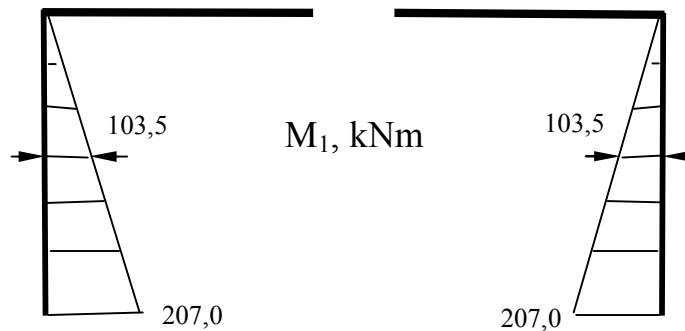
$$\begin{aligned}
 72X_1 - 18X_3 + 4914 &= 0, \\
 141,75X_2 + 607,5 &= 0, \\
 -18X_1 + 9X_3 - 1836 &= 0.
 \end{aligned}$$

Lahendanud võrrandi, saame

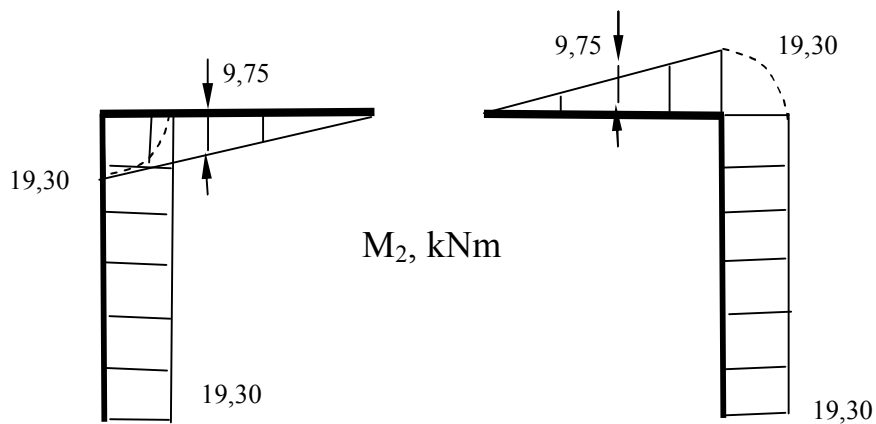
$$X_1 = -34,5 \text{ kN}, \quad X_2 = -4,29 \text{ kN}, \quad X_3 = 135,00 \text{ kN}.$$

Korrutame ühikepüürid tundmatute väärtustega (joon.4.5). Epüüride M_1 ja M_2 kordinaadid tuleb kanda vastaspoolele, võrreldes ühikepüüri M_3 , kuna jõud X_1 ja X_2 on negatiivsed.

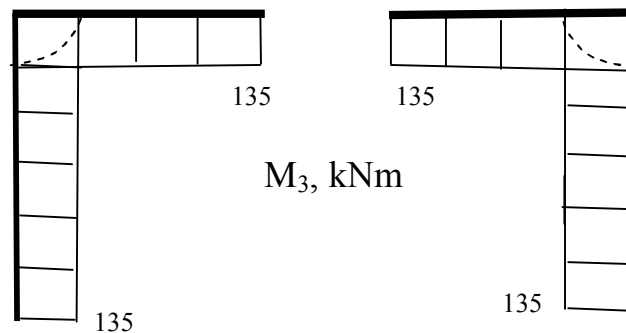
a)



b)

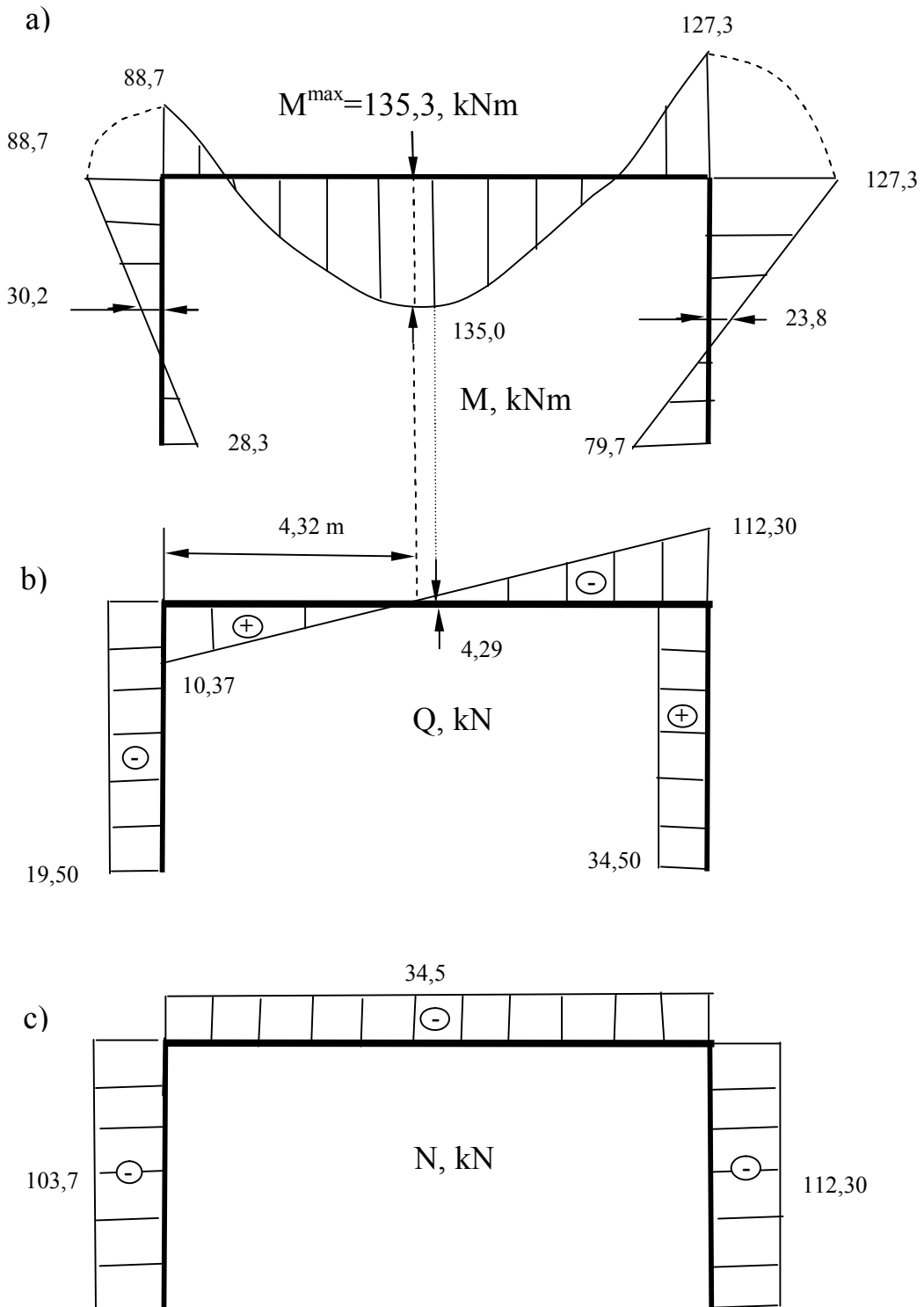


c)



Joonis 4.5.

Liidame saadud epüürid (joon.3.5) väliskoormusest põhjustatud paindmomendi epüüriga (joon.3.4 a) ja saame summaarse paindemomendi epüüri (joon. 4.2 a). Joonisel 4.6 b ja c on näidatud Q ja N epüürid.



Joonis 4.6.

M^{\max} on leitud pärast põikjõudude epüüri ehitamist, tingimusest, et ristlõikes 4,3m $Q=0$ (joon.4.6 b).

Kinemaatiline kontroll

Kontrollime, kas riivi keskpunktis C ristlõigete vastastikune horisontaalne siire X_1 sihis võrdub nulliga. Selleks korrutame summaarse paindemomendi epüüri (joon 3.21a) ühikjõust $X_1=1$ põhjustatud ühikepüüri (joon. 3.19 b)

$$\Delta_c^{(X_1)} = \sum_0^l \int \frac{M \cdot m_1}{EI} dx = \frac{6}{6 \cdot 2} [28,3 \cdot (-6) + 4 \cdot 30,2 \cdot 3 + 0] + \frac{6}{6 \cdot 2} [0 + 4 \cdot 23,8 \cdot 3 + 79,7 \cdot (-6)] = 0$$

Tingimus on täidetud.

Analoogiliselt võib kontrollida et nende ristlõigete vertikaalne mõlemapoolne siire X_2 sihis võrdub nulliga.

Korrutame epüürid (joon. 3.21 a ja 3.19 c)

$$\begin{aligned} \Delta_c^{(X_2)} &= \sum_0^l \int \frac{M m_2}{EI} dx = \frac{6}{6 \cdot 2} (283 \cdot (-4,5) + 4 \cdot 302 \cdot 4,5 + 887 \cdot 4,5) + \\ &+ \frac{9}{6 \cdot 3} (88,7 \cdot 4,5 + 0 + (-127,3) \cdot 4,5) + \frac{6}{6 \cdot 2} (4,5 \cdot (-127,3) + 4 \cdot (-23,8) \cdot 4,5 + 79,7 \cdot 4,5) = \\ &86,4 - 86,85 = - 0,45. \end{aligned}$$

See on lõpuks ümmardamise viga ristlõigete vastastikune pöördenurk X_3 sihis võrdub nulliga. Korrutame epüürid (joon 3.21 a ja 3.19 d)

$$\begin{aligned} \varphi_C &= \sum_0^l \int \frac{M m_3}{EI} dx = \frac{6}{6 \cdot 2} (283 \cdot 1 + 4 \cdot (-302) \cdot 1 + (-887) \cdot 1) + \\ &\frac{9}{6 \cdot 2} (-88,7 \cdot 1 + 4 \cdot 135 \cdot 1 + (-127,3) \cdot 1) + \frac{6}{6 \cdot 2} (-127,3 \cdot 1 + 4 \cdot (-23,8) \cdot 1 + 79,7 \cdot 1) = \\ &= -162 + 162 = 0. \end{aligned}$$

